

**Problema 1.** Numerele raționale  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sunt astfel încât  $|x_k| \leq 1$  pentru orice  $k \in \{1, 2, \dots, n\}$  și

$$|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n| = 19 + |x_1 + x_2 + \dots + x_n|.$$

Care este cea mai mică valoare posibilă a lui  $n$ ?

**Problema 2.** Numerele raționale  $a, b, c, d$  satisfac egalitățile

$$(a + b)(c + d) = (a + c)(b + d) = (a + d)(b + c).$$

Demonstrați că cel puțin trei dintre numerele  $a, b, c, d$  sunt egale.

**Problema 3.** Fie  $ABC$  un triunghi oarecare,  $M$  mijlocul laturii  $[BC]$  și  $D$  mijlocul laturii  $[AC]$ . Notăm cu  $P$  proiecția vârfului  $B$  pe mediatoarea laturii  $[AC]$  și cu  $E$  punctul de intersecție a dreptelor  $AB$  și  $MP$ .

Demonstrați că  $[EB] \equiv [EP]$ .

**Problema 4.** Fie  $S$  mulțimea numerelor de două cifre care nu conțin cifra 0. Două numere din  $S$  se zic *prietene* dacă cifrele lor cele mai mari sunt egale și diferența dintre cifrele lor cele mai mici este egală cu 1. De exemplu, 38 și 84 sunt prietene, 89 și 99 sunt prietene, dar 58 și 75 nu sunt prietene.

Determinați cel mai mare număr natural  $n$  pentru care există o submulțime  $M$  a lui  $S$  care are  $n$  elemente astfel încât nicidecum două din elementele lui  $M$  nu sunt prietene. (Cu alte cuvinte: care e numărul maxim de elemente pe care le poate avea o submulțime care nu conține perechi de numere prietene?)