

CONCURSUL GAZETA MATEMATICĂ ȘI VIITORIOOLIMPICI.RO  
ETAPA FINALĂ  
CÂMPULUNG MUSCEL, 15 AUGUST 2018

**Clasa a VII-a**

**Problema 1.** Fie  $n \geq 2$  un număr natural. Se consideră  $2n$  bile. Pe fiecare din aceste bile este scris câte un număr. Presupunem că, oricum am grupa aceste  $2n$  bile în  $n$  perechi, există două perechi care au aceeași sumă.

(a) Arătați că pe patru dintre bile este scris același număr.

(b) Arătați că pe bile sunt scrise cel mult  $n - 1$  numere distincte.

VIITORIOOLIMPICI.RO

**Problema 2.** Fie  $ABCD$  un pătrat. Fie  $E$  simetricul lui  $A$  față de  $B$ . Pe diagonala  $BD$  se consideră punctul  $F$  astfel încât  $m(\angle AEF) = 15^\circ$ . Bisectoarea  $\angle FEC$  intersectează  $BC$  în  $M$  și  $CD$  în  $N$ . Arătați că:

a) punctele  $A, F, M$  sunt coliniare;

b) triunghiul  $CNF$  este echilateral.

**Problema 3.** Determinați cea mai mică constantă  $c > 0$  pentru care avem proprietatea:

*pentru orice  $m, n \in \mathbb{N}$  este adevărată inegalitatea*

$$|\sqrt{m^2 + 1} - \sqrt{n^2 + 1}| \leq c|m - n|.$$