Problema 1. Fie n un număr natural nenul şi p un număr prim impar astfel încât $n|p-1$ şi $p|n^3-1$. Demonstraţi că $4p-3$ este pătrat perfect.

Problema 2. Arătaţi că pentru orice numere reale pozitive a, b, c are loc inegalitatea

$$\frac{a^2}{(b+c)^3}+\frac{b^2}{(c+a)^3}+\frac{c^2}{(a+b)^3}\geq\frac{9}{8(a+b+c)}\,.$$

Problema 3. Se consideră triunghiul echilateral ABC şi triunghiul BCD situate în plane perpendiculare. Fie M mijlocul segmentului $[AD]$ şi G centrul de greutate al triunghiului ABC. Dacă $DG\perp(MBC)$, demonstraţi că triunghiul BCD este dreptunghic isoscel.

Mircea Fianu

Problema 4. O bucată de caşcaval de formă cubică are o coajă pe fiecare din cele 6 feţe ale sale. Ea este tăiată de 33 de plane, fiecare din ele paralel cu câte una din feţele cubului, în mai multe bucăţi în formă de paralelipiped dreptunghic. Ştiind că exact jumătate din bucăţile de caşcaval formate conţin coajă, aflaţi numărul total de bucăţi.

Concursul Náboj