

Problema 1. Fie a, b, c numere raționale cu proprietatea că

$$\frac{1}{a+bc} + \frac{1}{b+ac} = \frac{1}{a+b}.$$

Să se arate că numărul $\sqrt{\frac{c-3}{c+1}}$ este rațional.

Problema 2. Numerele întregi și nenule a, b, c verifică relația

$$a + b + c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}.$$

Arătați că cel puțin unul din numerele a, b sau c are modulul egal cu 1.

Cristian Mangra, București și Lucian Petrescu, Tulcea

Problema 3. Fie AD înălțime în triunghiul ABC , cu $D \in [BC]$. Determinați măsura unghiului $\angle BAC$, știind că lungimile segmentelor $[AD]$, $[BD]$ și $[CD]$ sunt direct proporționale cu numerele 2, 3 și respectiv 10.

Sorana Ionescu, Slobozia

Problema 4. Pe tablă sunt scrise numerele de la 1 la 2018. O operație constă din a șterge două numere naturale $a \geq b$ de pe tablă și de a scrie pe tablă câtul împărțirii cu rest a lui a la b . După 2017 asemenea operații pe tablă rămâne un singur număr. Arătați că pentru orice număr natural $n \in \{1, 2, 3, \dots, 2018\}$, există o succesiune de 2017 asemenea operații după efectuarea cărora pe tablă să rămână numărul n .