

Problema 1. Să se determine toate numerele naturale n cu proprietatea că $\sqrt{2n+1}$ este număr rațional, iar numerele

$$\sqrt{2n+2}, \sqrt{2n+3}, \dots, \sqrt{3n+3}$$

sunt iraționale.

Problema 2. Determinați numerele naturale a , b și c care verifică relațiile:

$$a^2 + 3 = bc, \quad b^2 + 14 = ca, \quad c^2 = ab + 30.$$

Problema 3. Trapezul isoscel $ABCD$ are diagonalele perpendiculare. Paralela la baze dusă prin punctul de intersecție a diagonalelor intersectează laturile neoparalele $[BC]$ și $[AD]$ în punctele P respectiv R . Punctul Q este simetricul punctului P față de mijlocul segmentului $[BC]$. Demonstrați că:

- a) $QR = AD$;
- b) $QR \perp AD$.

Problema 4. Doi jucători, Ana și Bogdan, joacă următorul joc: ei plasează 2017 pietricele pe o masă. Mai întâi Ana ia o pietricică de pe masă. Apoi Bogdan poate lua una sau două pietricele de pe masă. Urmează Ana care poate lua 1, 2, 3 sau 4 pietricele. Apoi Bogdan poate lua cel puțin una și cel mult 8 pietricele de pe masă și așa mai departe, la mutarea j , jucătorul aflat la mutare trebuie să ia cel puțin una și cel mult 2^{j-1} pietricele de pe masă. Jucătorul care ia ultima pietricică de pe masă câștigă jocul. Care din cei doi jucători are strategie câștigătoare?