

Problema 1. Numerele naturale m și n sunt prime între ele. Demonstrați că există $k \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $n|m^k - 1$.

Problema 2. Fie p și q numere naturale astfel încât

$$\frac{p}{q} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots + \frac{1}{1319}.$$

Demonstrați că numărul p se divide la 1979.

Problema 3. Fie $ABCD$ un trapez și M, N mijloacele laturilor neparalele AB , respectiv CD . Perpendicularele duse din punctele M și N pe diagonalele AC și respectiv BD se intersectează în punctul P . Arătați că $PA = PD$.

Problema 4. Fie A și B două submulțimi ale mulțimii $\{1, 2, \dots, 64\}$ astfel încât:

- A și B au câte 16 elemente,
- toate elementele lui A sunt numere pare,
- toate elementele lui B sunt numere impare,
- suma elementelor lui A este egală cu suma elementelor lui B .

Demonstrați că în mulțimea $A \cup B$ există două elemente cu suma 65.