

Problema 1. Fie a, b, c, d numere întregi astfel încât $|ac - bd| = 1$. Să se arate că $(a + b; c + d) = 1$.

Problema 2. Să se arate că numărul $a = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{2016}{2017}$ verifică inegalitățile:

$$\frac{1}{2017} < a^2 < \frac{1}{1009} .$$

Problema 3. Fie patrulaterul convex $ABCD$, în care $m(\angle ABD) = 10^\circ$, $m(\angle DBC) = 20^\circ$, $m(\angle BAC) = 100^\circ$ și $m(\angle CAD) = 40^\circ$. Determinați măsura unghiului $\angle CDB$.

Sorana Ionescu, Slobozia

Problema 4. Dispunem de 32 de lămpi, inițial toate stinse, fiecare din ele având câte un comutator. Când i se apasă comutatorul, o lampă care era stinsă se aprinde, iar o lampă care era aprinsă se stinge. La o tură avem voie să apăsăm exact 5 comutatoare. Care este numărul minim de ture necesar pentru a face ca toate lămpile să fie aprinse?

Concurs Lituania, 2017