

Problema săptămânii 88

Punctul P se află în interiorul triunghiului ABC . Fie D , E și F simetricile punctului P față de BC , CA , respectiv AB . Demonstrați că dacă triunghiul DEF este echilateral, atunci dreptele AD , BE și CF sunt concurente.

PanAfrican Mathematical Olympiad, 2009, ziua 1, problema 2

Soluție:

Deoarece $AF = AP = AE$, deducem că punctul A aparține mediatoarei segmentului $[EF]$. Cum triunghiul DEF este echilateral, punctul D aparține de asemenea mediatoarei segmentului $[EF]$. Rezultă că dreptele AD , BE și CF sunt concurente în centrul cercului circumscris triunghiului DEF .

Problem of the week no. 88

Point P lies inside a triangle ABC . Let D , E and F be the reflections of point P in the lines BC , CA and AB , respectively. Prove that if the triangle DEF is equilateral, then the lines AD , BE and CF intersect in a common point.

PanAfrican Mathematical Olympiad, 2009, day 1, problem 2

Solution:

As $AF = AP = AE$, it follows that point A belongs to the perpendicular bisector of the line segment $[EF]$. Triangle DEF being equilateral, point D also belongs to the perpendicular bisector of $[EF]$. It follows that the lines AD , BE and CF pass through the circumcircle of triangle DEF .