

Problema pentru clasa a VIII-a.  
Etapa: 06. Data: 20 decembrie 2010.  
Problema: 1.

Să se determine toate numerele naturale  $n$ , cu  $n \geq 3$ , cu proprietatea că există o colorare cu două culori a mulțimii vârfurilor unui poligon cu  $n$  laturi, astfel încât numărul laturilor care au capetele colorate cu aceeași culoare este egal cu numărul laturilor care au capetele colorate cu culori diferite.

Mihai Chiș

Problema pentru clasa a VIII-a.  
Etapa: 06. Data: 20 decembrie 2010.  
Problema: 2.

În plan se consideră  $n$  drepte, astfel încât oricare două dintre ele sunt neparalele, iar oricare trei sunt neconcurente.

- a) Determinați numărul de regiuni în care acestea împart planul.
- b) Arătați că cel puțin  $\frac{2}{3}(n - 1)$  dintre aceste regiuni sunt triunghiuri.

\* \* \*

Problema pentru clasa a VIII-a.  
Etapa: 06. Data: 20 decembrie 2010.  
Problema: 3.

Fie  $k, l, m, p$  numere întregi cu proprietatea că  $p$  este prim, iar

$$k^2 - pl = l^2 - pm = m^2 - pk.$$

Arătați că  $k = l = m$ .

Olimpiadă Germania