

Problema pentru clasa a VII-a.
Etapa: 01. Data: 04 octombrie 2010.
Problema: 1.

Dacă mulțimea \mathbb{N} a numerelor naturale este inclusă în reuniunea a n progresii aritmetice, demonstrați că suma inverselor rațiilor acestor progresii aritmetice este mai mare sau egală cu 1.

Formal, dacă

$$\mathbb{N} = \bigcup_{k=1}^n \{a_k + mb_k \mid m \in \mathbb{N}\},$$

unde $a_k \in \mathbb{N}$, $b_k \in \mathbb{N}^*$, pentru orice $1 \leq k \leq n$, atunci $\sum_{k=1}^n \frac{1}{b_k} \geq 1$.

Paul Erdős

Problema pentru clasa a VII-a.
Etapa: 01. Data: 04 octombrie 2010.
Problema: 2.

Fie a_1, a_2, \dots, a_n o permutare oarecare a numerelor $1, 2, \dots, n$, $n \geq 2$.
Demonstrați că

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_{n-1}}{a_n} \geq \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{n-1}{n}.$$

Iugoslavia, IMO1990 LongList

Problema pentru clasa a VII-a.
Etapa: 01. Data: 04 octombrie 2010.
Problema: 3.

Determinați pentru care valori $n \geq 3$ poligonul regulat cu n laturi poate fi triangulat (prin diagonale care nu se intersectează în interiorul poligonului) în triunghiuri care sunt toate isoscele.

Dan Schwarz