

Problema pentru clasa a VII-a.  
Etapa: 02. Data: 25 octombrie 2010.  
Problema: 1.

Fie mulțimea  $A = \{2^a 3^b 5^c \mid 0 \leq a, b, c \leq 2\}$ . Determinați numărul minim  $k$  astfel încât dacă alegem oricare  $k$  numere din mulțimea  $A$ , vor exista două dintre ele, unul divizibil prin celălalt.

N. G. De Bruijn

Problema pentru clasa a VII-a.  
Etapa: 02. Data: 25 octombrie 2010.  
Problema: 2.

Un număr de  $n$  persoane șed în jurul unei mese, fiecare având un pahar conținând o anumită cantitate de apă. Cantitatea totală de apă din paharele celor  $n$  persoane este  $C$ . Anton, care stă în capul mesei, își distribuie în mod egal toată apa din paharul său celorlalte persoane. Apoi Barbara, vecinul din stânga lui Anton, procedează la fel, și așa mai departe, în ordine, până la Zaharia, vecinul din dreapta lui Anton, care și el își distribuie în mod egal toată apa din paharul său celorlalte persoane. Se observă acum că fiecare are în paharul său exact cantitatea de apă pe care o avea la început.

Ce cantități de apă aveau persoanele din jurul mesei la început?

Internet

Problema a VII-a.  
Etapa: 02. Data: 25 octombrie 2010.  
Problema: 3.

Pentru orice întreg  $n \geq 2$ , arătați că există  $n$  numere întregi pozitive distincte, astfel încât produsul lor să fie divizibil prin suma oricăror două dintre ele.

\*\*\*