SUBIECT CLASA A 8-a

1. Determinaţi numerele prime p care au proprietatea că există m, n numere naturale nenule astfel încât $\frac{5}{p} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$.

prelucrare a problemei E:14695 din GM. nr. 6-7-8

2. a) Demonstraţi că pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, există $k \in \mathbb{N}^*$ şi $a_1, a_2, \ldots, a_k \in \mathbb{N}^*$ astfel încât

$$\left(1+\frac{1}{a_1}\right)\left(1+\frac{1}{a_2}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{a_k}\right) = n.$$

b) Determinaţi valorile numărului natural n pentru care ecuaţia

$$\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right) = n$$

are soluţii în mulţimea numerelor naturale nenule.

c) Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale nenule ecuaţia

$$\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right) = 2.$$

* * *

3. Pe un cerc sunt scrise 2014 numere, doi de 1 şi 2012 de 0. Se poate efectua următoarea operaţie: se alege un număr şi i se schimbă cei doi vecini din 0 în 1 şi invers. Făcând astfel de operaţii, putem să obţinem 2014 de 1 pe cerc?

ViitoriOlimpici.ro, etapa 5, problema 4