Problema 1. Numerele reale x, y, z, t satisfac egalităţile $x + y + z + t = 0$ şi $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1$. Demonstraţi că

$$-1 \leq xy + yz + zt + tx \leq 0.$$

Concurs Austria-Polonia

Problema 2. Pe planeta P sunt n ţări, unde $50 < n < 80$. Oricare două ţări diferite sunt fie prietene, fie duşmane. Relaţia este mutuală. Pentru oricare trei ţări distincte A, B, C sunt valabile următoarele două reguli:
(1) dacă A e prietenă cu B, iar B este prietenă cu C, atunci A este prietenă cu C; („prietenii prietenilor mei îmi sunt prieteni”)
(2) dacă A şi B sunt duşmani, iar B şi C sunt duşmani, atunci A este prietenă cu C. („duşmanii duşmanilor mei îmi sunt prieteni”)
Se ştie că exact jumătate din numărul total al relaţiilor existente între două ţări sunt de prietenie, iar cealaltă jumătate sunt de duşmănie. Câte ţări sunt pe planeta P?

Concursul Arany Dániel, Ungaria, 2014

Problema 3. Determinaţi toate perechile de numere naturale prime (p, q) pentru care $p^2 + pq + q^2$ este pătrat perfect.

Olimpiadă Siria [1]

Problema 4. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un cub şi punctele mobile $M \in (AC)$, $N \in (A'B)$ astfel încât $AM = A'N$. Aflaţi locul geometric al mijlocului segmentului $[MN]$.

* * *

[1] Îi mulţumim domnului *Marian Cucoaneş* pentru a ne fi sugerat problema.