

Problema 1. Demonstrați că dacă $a, b, c > 1$ sunt numere reale, atunci are loc inegalitatea

$$abc + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > a + b + c + \frac{1}{abc}.$$

* * *

Problema 2. Un plan intersectează muchiile AB, BC, CD și AD ale unui tetraedru $ABCD$ în punctele K, L, M și respectiv N . Arătați că

$$\frac{AK}{AB} \cdot \frac{BL}{BC} \cdot \frac{CM}{CD} \cdot \frac{DN}{AD} \leq \frac{1}{16}.$$

Concursul KöMaL, martie 2009, problema B. 4170.

Problema 3. Pe câteva din pătrățelele unitate ale unei table 20×20 se pun jetoane (pe un pătrățel se poate pune cel mult un jeton). Un jeton poate fi luat de pe tablă dacă măcar jumătate din pătrățelele de pe linia sa sunt neocupate, sau dacă măcar jumătate din pătrățelele de pe coloana sa sunt neocupate.

Care este numărul minim (mai mare ca 0) de jetoane care pot fi puse pe tablă astfel ca niciunul din ele să nu poată fi luat?

Concursul KöMaL, noiembrie 2011, problema B. 4392.

Problema 4. O bucată de cașcaval în formă de paralelipiped dreptunghic are dimensiunile $10 \text{ cm} \times 13 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$. Se taie 10 felii din bucata de cașcaval. Fiecare felie are grosimea de 1 cm și este tăiată paralel cu una din fețele paralelipipedului. Feliile tăiate nu sunt neapărat paralele între ele. Care este volumul maxim de cașcaval care rămâne după tăierea celor 10 felii?

Concurs AIME (SUA), 2008