

Problema 1. Fie n , k și ℓ trei numere naturale astfel încât $n - k$ și $n + \ell$ să fie pătrate perfecte consecutive. Arătați că $n - k\ell$ este pătrat perfect.

* * *

Problema 2. Determinați numerele reale x care verifică relația $[x] = \{2x\} + \{4x\}$.

* * *

Problema 3. Dacă r este un număr rațional dat, aflați toate numerele întregi z pentru care

$$2^z + 2 = r^2.$$

Olimpiadă Elveția, 2011

Problema 4. Fie $ABCD$ un dreptunghi, P mijlocul segmentului $[AB]$ și Q proiecția punctului C pe dreapta PD . Demonstrați că triunghiul BQC este isoscel.

Olimpiadă Marea Britanie, 2003