

**Problema 1.** Arătați că dacă  $x, y > 0$  cu  $xy = 1$  atunci  $\frac{x^2 + 2}{y + 1} + \frac{y^2 + 2}{x + 1} \geq 3$ .

*Andrei Eckstein*

**Problema 2.** Fie un pătrat  $ABCD$  și punctele  $M \in (CD)$ ,  $N \in (BC)$  astfel încât  $DM = MC$  și  $BN = 3NC$ . Arătați că cercul circumscris triunghiului  $AMN$  este tangent dreptei  $CD$ .

din cartea *Probleme calitative de geometrie plană*, de Maria Elena Panaitopol și  
Laurențiu Panaitopol<sup>1</sup>

**Problema 3.** Se consideră numerele naturale nenule  $a, b$  și  $n$ , cu  $(a, n) = 1$ .  
Calculați

$$S_n = \left\{ \frac{a+b}{n} \right\} + \left\{ \frac{2a+b}{n} \right\} + \left\{ \frac{3a+b}{n} \right\} + \dots + \left\{ \frac{na+b}{n} \right\},$$

unde  $\{x\}$  desemnează partea fracționară a numărului real  $x$ .

\* \* \* <sup>2</sup>

**Problema 4.** În fiecare pătrățel al unei table de șah  $3 \times 3$  se trece câte o cifră. Un cal este mutat de-a lungul unui drum în formă de L constituit din patru pătrățele: 3 într-o direcție, apoi unul în direcție perpendiculară. În câte moduri se poate completa tabla de șah cu numere de o cifră, nu neapărat distincte, astfel încât suma celor patru numere acoperite de orice asemenea mutare de cal să fie aceeași?

\* \* \*

---

<sup>1</sup>Editura Gil, 1996

<sup>2</sup>preluată din cartea Gheorghe Andrei, Ion Cucurezeanu, Constantin Caragea – *Probleme de algebră, Funcțiile parte întreagă și parte fracționară*, Editura Gil, 1996