

Problema 1. În fiecare pătrățel al unei table 10×10 este scris câte un număr real. Emilia a calculat toate produsele de două numere scrise în pătrățele diferite ale tablei și a constatat că exact 1000 dintre aceste produse erau negative. De câte ori apare numărul 0 printre numerele cu care era completată tabla? Găsiți toate răspunsurile posibile.

Concursul Náboj, Cehia și Slovacia, 2011

Problema 2. Calculați suma

$$1000^2 + 999^2 - 998^2 - 997^2 + 996^2 + 995^2 - 994^2 - 993^2 + \dots + 4^2 + 3^2 - 2^2 - 1^2.$$

* * *

Problema 3. Pe fiecare dintre fețele unui cub se scrie câte un număr natural nenul. Fiecărui vârf al cubului i se asociază produsul numerelor scrise în cele trei fețe care conțin respectivul vârf. Suma numerelor asociate celor opt vârfuri ale cubului este 2013. Care sunt valorile posibile ale sumei numerelor scrise pe cele șase fețe?

Concursul Náboj, Cehia și Slovacia, 2011, prelucrare

Problema 4. În triunghiul ascuțitunghic ABC , punctele D, E, F sunt picioarele înălțimilor din A, B , respectiv C , iar P, Q sunt proiecțiile lui F pe AC , respectiv BC . Arătați că dreapta PQ intersectează segmentele $[DF]$ și $[EF]$ în mijloacele acestora.

Turneul Orașelor, 2011¹

¹ Senior A-level, Fall