

Problema 1. Dacă x, y, z sunt numere reale pozitive astfel ca

$$\frac{x^2 + xy}{y} = \frac{y^2 + yz}{z} = \frac{z^2 + zx}{x},$$

arătați că $x = y = z$.

Manuela Prajea

Problema 2. Se consideră trei pătrate $ABCD$, $BCEF$ și $EFGH$.

Arătați că $m(\angle EDF) + m(\angle HDG) = 45^\circ$.

Concursul interjudețean „Traian Lalescu”, Deva, 1986

Problema 3. Numerele $1, 2, 3, \dots, 100$ de pe axa numerelor sunt capetele a 50 de segmente, fiecare din numerele $1, 2, 3, \dots, 100$ fiind capăt pentru unul din segmente. Demonstrați că printre cele 50 de segmente există fie două de lungimi egale, fie două care au suma lungimilor egală cu 100.

Revista Kvant, prelucrare

Problema 4. Vom numi un număr natural n fidel dacă există numere naturale $a < b < c$ astfel încât $a \mid b$, $b \mid c$ și $n = a + b + c$.

Determinați mulțimea numerelor naturale care nu sunt fidele.

Olimpiadă India, 2011 (enunț modificat)