Problema 1. Numerele reale a, b, c, d verifică relaţiile $a^2+b^2 = c^2+d^2$ şi $ac+bd = 0$. Ce valori poate lua expresia $ab + cd$?

Concursul Arany Dániel, Ungaria, 2008

Problema 2. Arătaţi că dacă x şi y sunt numere reale pozitive cu suma 1, atunci

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right) \geq 9.$$

Olimpiadă Canada, 1971

Problema 3. Fiecare număr natural nenul trebuie colorat fie cu roşu, fie cu verde, astfel încât să fie respectate următoarele condiţii:
- suma oricăror trei numere roşii, nu neapărat distincte, este un număr roşu;
- suma oricăror trei numere verzi, nu neapărat distincte, este un număr verde;
- există atât numere roşii cât şi numere verzi.

Determinaţi toate colorările posibile. Justificaţi răspunsul.

Olimpiadă Germania, 2007, runda 1

Problema 4. Fie $ABCD$ un paralelogram, P şi Q puncte pe laturile (BC) şi (CD) astfel încât $BP = DQ$ şi R intersecţia dreptelor BQ şi DP. Atunci semidreapta $(AR$ este bisectoarea unghiului A.

Olimpiadă Germania, 2003, runda 1