

**Problema 1.** Numerele întregi  $a, b, c, d$  satisfac  $|ac + bd| = |ad + bc| = 1$ .  
Demonstrați că fie  $|a| = |b| = 1$ , fie  $|c| = |d| = 1$ .

*Olimpiadă Estonia, 2001*

**Problema 2.** Dintre numerele naturale de două cifre, care este cel mai mare care se poate scrie sub forma  $x \cdot [x]$ , cu  $x \in \mathbb{R}_+$ ? Dar cu  $x \in \mathbb{R}$ ?

prelucrare *Andrei Eckstein* a unei probleme date la Concursul Náboj, Cehia și  
Slovacia, 2009

**Problema 3.** Soția mea și cu mine am participat recent la o petrecere la care au mai fost alte patru perechi soț-soție. S-au făcut diverse strângeri de mână. Nimeni nu a dat mâna cu sine însuși, nici cu soțul/soția lui și nimeni nu a dat mâna de mai multe ori cu o aceeași persoană. După ce toate strângerile de mână s-au încheiat, l-am întrebat pe fiecare din invitații ceilalți, inclusiv pe soția mea, câte mâini a strâns. Spre surprinderea mea, cele 9 răspunsuri primite au fost toate diferite. Câte mâini a strâns soția mea?

\* \* \*

**Problema 4.** Triunghiul  $ABC$  este dreptunghic în  $C$ . Notăm cu  $O$  punctul de intersecție a bisectoarelor sale. Perpendicularele în  $O$  pe  $OA$  și  $OB$  intersectează ipotenuza  $[AB]$  în punctele  $P$ , respectiv  $Q$ . Dacă  $P'$  și  $Q'$  sunt picioarele perpendicularelor duse din  $P$  pe  $BC$ , respectiv din  $Q$  pe  $AC$ , demonstrați că punctele  $P'$ ,  $Q'$  și  $O$  sunt coliniare.

*Concursul KöMaL*, decembrie 2006