Problema 1. Numerele naturale 22, 23, 24 au următoarea proprietate: în descompunerilor lor în factori primi fiecare factor apare la o putere impară: $22 = 2^1 \cdot 11^1$, $23 = 23^1$, $24 = 2^3 \cdot 3^1$. Care este cel mai mare număr de numere naturale consecutive care au această proprietate?

Olimpiadă URSS

Problema 2. Fie M un punct în interiorul dreptunghiului $ABCD$, iar E, F mijloacele segmentelor $[MC]$, respectiv $[MD]$. Dacă dreptele BE şi AF se intersectează în punctul P, demonstraţi că dreapta PM este perpendiculară pe AB.

Andrei Eckstein

Problema 3. Spunem că un număr natural n este „*bun*" dacă pentru orice divizor natural a al lui n, $a+1$ este divizor al lui $n+1$. Determinaţi toate numerele naturale *bune*.

S. Belov, Olimpiadă Rusia, 2014

Problema 4.
a) Verificaţi că $\dfrac{1}{x(x+1)(x+3)} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{1}{x+3}$, $\forall\, x \in \mathbb{R}\setminus\{-3, -1, 0\}$.

b) Demonstraţi că $\dfrac{1}{1\cdot 2\cdot 4} + \dfrac{1}{2\cdot 3\cdot 5} + \dfrac{1}{3\cdot 4\cdot 6} + \ldots + \dfrac{1}{n(n+1)(n+3)} < \dfrac{7}{36}$, $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$.

Liviu Petre