Problema 1. Arătaţi că pentru orice număr natural nenul n are loc inegalitatea

$$\frac{1^2+1-1}{2!}+\frac{2^2+2-1}{3!}+\frac{3^2+3-1}{4!}+\cdots+\frac{n^2+n-1}{(n+1)!}<2,$$

unde, pentru $k \in \mathbb{N}^*$, $k! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot k$.

* * *

Problema 2. Demonstraţi că printre oricare 10 numere naturale consecutive mai mari decât 1, există unul care să fie multiplu al unui număr prim mai mare decât 10.

Manuela Prajea

Problema 3. Piaştrii sunt monede care au proprietatea că fiecare cântăreşte exact cât valoarea ei. Avem cinci monede cu valorile: 1, 2, 3, 5 şi 10 piaştri. Una dintre aceste monede este falsă, adică greutatea ei nu coincide cu valoarea ei. Cum se poate determina moneda falsă folosind numai o balanţă?

* * *

Problema 4. Spunem că un număr este *five-summable* dacă el se poate scrie ca suma a cinci numere de două cifre astfel încât oricare două cifre ale acestor numere să fie distincte.

a) Arătaţi că orice număr *five-summable* este divizibil cu 9.
b) Câte numere *five-summable* există?
c) Rezolvaţi în mulţimea numerelor *five-summable* ecuaţia $x + y = z$.

Manuela Prajea