

Problema 1. Fie o grămadă formată din cel puțin 2010 monede (fiecare având ca valoare un număr întreg de bani), cu suma valorilor tuturor monezilor 4018 bani. Să se demonstreze că putem împărți monedele în două grămezi, ambele având aceeași sumă.

Problema 2. Fie $ABCD$ un tetraedru, I_A, I_B, I_C respectiv I_D centrele cercurilor înscrise în triunghiurile BCD, DCA, BDA respectiv ABC . Arătați că dreptele AI_A, BI_B, CI_C, DI_D sunt concurente dacă și numai dacă $AB \cdot CD = AC \cdot BD = AD \cdot BC$.

Problema 3. a) Să se arate că dintre cinci numere naturale oarecare se pot alege trei cu suma divizibilă cu trei.

b) Să se demonstreze că oricare 17 numere naturale au proprietatea că printre ele găsim 9 cu suma divizibilă cu 9.

c) Să se arate că numărul 17 de la punctul b) este cel mai mic cu proprietatea de mai sus.