

CONCURSUL GAZETA MATEMATICĂ ȘI VIITORIOOLIMPICI.RO

17-22 AUGUST 2015, CÂMPULUNG MUSCEL

CLASA A VII-A

Problema 1. Arătați că pentru orice număr real x au loc inegalitățile:

a) $x^8 + x^5 + 1 > x^4 + x$,

G.M.-B nr. 6-7-8/2015

b) $x^8 + x^3 + 1 > x^7 + x^4$,

c) $x^8 + x^5 + x^3 + 1 > x^7 + x$.

Problema 2. Care este cel mai mic număr natural nenul care se scrie atât ca suma a 2015 numere naturale care au o aceeași sumă a cifrelor, cât și ca suma a 2016 numere naturale care au o aceeași sumă a cifrelor? (Suma cifrelor numerelor din prima sumă și suma cifrelor numerelor din cea de-a doua sumă nu trebuie să fie neapărat egale.)

www.viitoriolimpici.ro

Problema 3. Fie ABC un triunghi ascuțitunghic și A', B', C' picioarele înălțimilor din A, B , respectiv C . Fie t tangenta în A la cercul circumscris triunghiului ABC .

a) Arătați că t este paralelă cu $B'C'$.

b) Dacă B'' și C'' sunt proiecțiile lui B , respectiv C , pe t , demonstrați că $A'B''$ este paralelă cu AC , iar $A'C''$ este paralelă cu AB .

c) Fie $\{X\} = A'B'' \cap AB$ și $\{Y\} = A'C'' \cap AC$, X' mijlocul lui $[BB'']$ și Y' mijlocul lui $[CC'']$. Demonstrați că dreptele XX' și YY' sunt paralele.