

Problema 1. Demonstrați că dacă $a, b, c > 0$ sunt numere reale, atunci are loc inegalitatea

$$\frac{a^2}{bc(b+c)} + \frac{b^2}{ca(c+a)} + \frac{c^2}{ab(a+b)} \geq \frac{9}{2(a+b+c)}.$$

Vasile Peița

Problema 2. Fie $ABCD$ un tetraedru regulat și M, N, P, Q puncte coplanare astfel ca $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CD)$, $Q \in (DA)$.

Arătați că $MN \cdot NP \cdot PQ \cdot QM \geq AM \cdot BN \cdot CP \cdot DQ$.

Bencze Mihály, RMT nr. 2/2016

Problema 3. Fie M mulțimea numerelor naturale care se scriu sub forma

$$\frac{2^a - 2^b}{2^c - 2^d}$$

cu $a, b, c, d \in \mathbb{N}$.

a) Arătați că $2016 \in M$.

b) Aflați cel mai mic număr natural care nu aparține mulțimii M .

* * *

Problema 4. O prismă se numește *binară* dacă i se pot eticheta vârfurile cu câte un număr din mulțimea $\{-1, 1\}$ astfel încât produsul etichetelor vârfurilor de pe fiecare față să fie -1 .

Demonstrați că o prismă este binară dacă și numai dacă numărul de vârfuri ale prisme este divizibil cu 8.

Olimpiadă Cuba, 2007