Problema 1. Trei dintre vârfurile tetraedrului $ABCD$ se proiectează în centrele de greutate ale feţelor opuse. Demonstraţi că tetraedrul este regulat.

Olimpiadă Rusia (Concursul ,,Grigore Moisil", 2010)

Problema 2. Determinaţi naturale nenule a şi b pentru care $(a+b^2)(b+a^2)$ este o putere a lui 2.

* * *

Problema 3. Fie $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$, şi $A \subset \mathbb{R}$ o mulţime cu cel puţin $k+1$ elemente, având proprietatea că media aritmetică a oricăror k elemente distincte ale lui A este tot un element din A. Arătaţi că:

a) Mulţimea A este infinită.
b) Nu există mulţimi $A \subset \mathbb{Z}$ cu proprietatea de mai sus.
c) Există o infinitate de mulţimi $A \subset \mathbb{Q}$ cu proprietatea de mai sus.

Marius Ghergu

Problema 4. Am introdus 100 de mingi în 100 de cutii şi nu am pus toate mingile într-o singură cutie (dar este posibil ca unele cutii să fi rămas goale). Demonstraţi că există un număr natural k, cu $1 \leq k < 100$, astfel încât să putem alege k cutii care să conţină, împreună, exact k mingi.

* * *