

Problema 1. Numerele nenegative a, b, c, d, e, f au suma 1. Arătați că

$$ab + cd + ef \leq \frac{1}{4}.$$

Când avem egalitate în inegalitatea de mai sus?

* * *

Problema 2. Pentru un număr natural n , fie $S(n)$ suma cifrelor sale. Demonstrați că există o infinitate de numere naturale N care nu au ultima cifră 0 și care verifică relația $S(N^2) = S(N)$.

G. Holló, Concursul KöMaL, martie 2008, problema B. 4072.

Problema 3. În fiecare pătrățel unitate al unui pătrat 2015×2015 stă un cărăbuș. La un moment dat, fiecare cărăbuș se mută într-un pătrățel vecin cu cel pe care se afla inițial, adică într-un pătrățel care are latură comună cu cel pe care stătea cărăbușul la început. Arătați că există cel puțin un pătrățel pe care nu se află niciun cărăbuș.

* * *

Problema 4. În triunghiul ascuțitunghic ABC , cu $AB \neq AC$, D este piciorul bisectoarei interioare din A , iar E și F sunt picioarele înălțimilor din B , respectiv C . Cercurile circumscrise triunghiurilor DBF și DCE se taie a doua oară în M . Arătați că $ME = MF$.

Leonard Giugiuc, baraj de juniori, 2013