

Problema 1. Determinați numerele naturale nenule a, b, c pentru care

$$a^{bc} + b^{ca} + c^{ab} = 3abc.$$

* * *

Problema 2. Fie x și y două numere reale.

a) Este adevărat că dacă $x + y$ și $x + y^2$ sunt raționale atunci neapărat x și y sunt raționale?

b) Este adevărat că dacă $x + y, x + y^2$ și $x + y^3$ sunt raționale atunci neapărat x și y sunt raționale?

Olimpiadă Estonia, 2008

Problema 3. Fie ABC un triunghi, \mathcal{C} un cerc care trece prin punctele B și C și d o dreaptă care intersectează laturile (AB) și (AC) în punctele K , respectiv L , și cercul \mathcal{C} în punctele P și Q . Paralela prin K la AC intersectează $[BC]$ în S , iar paralela prin L la AB intersectează $[BC]$ în T . Arătați că punctele P, Q, S și T sunt conciclice.

Mihai Miculița

Problema 4. Numerele $1, 2, \dots, 2016$ sunt scrise pe tablă, într-o anumită ordine, fiecare din ele exact o dată. Între oricare două numere vecine pe tablă se scrie modulul diferenței dintre cele două numere, pe tablă fiind scrise astfel 2015 numere noi. Se șterg de pe tablă cele 2016 numere inițiale, după care procesul se reia pentru cele 2015 numere rămase pe tablă: se scriu modulele diferențelor de câte două numere vecine, după care cele 2015 numere scrise pe tablă la etapa anterioară se șterg. Procesul se repetă până când, la sfârșit, pe tablă rămâne un singur număr. Care este cea mai mare valoare posibilă pe care o poate avea numărul rămas pe tablă?

* * *