

Problema 1. Determinați numerele întregi a, b pentru care $a^2 + b^2 = a^3 + b^3$.

* * *

Problema 2. Pe latura (AC) a triunghiului ABC se consideră un punct arbitrar D . Tangenta în D la cercul circumscris triunghiului BDC intersectează AB în punctul C_1 , iar tangenta în D la cercul circumscris triunghiului ABD intersectează BC în punctul A_1 . Arătați că $A_1C_1 \parallel AC$.

Olimpiada de geometrie „Sharygin”, Rusia, 2012, runda 1, problema 5

Problema 3. Fiecare din pătrățelele unitate ale unei table 8×8 se colorează cu câte o culoare astfel încât fiecare pătrățel unitate să aibă cel puțin doi vecini care au aceeași culoare ca și el. (Un vecin al unui pătrățel este un pătrățel cu care acesta are latură comună.) Care este numărul maxim posibil de culori folosite?

* * *

Problema 4. Fiecare din numerele $a_1, a_2, \dots, a_{2n+1}$ este un element al mulțimii $\{2015, 2016, 2017\}$. Se știe că $a_1 \neq a_2, a_2 \neq a_3, \dots, a_{2n} \neq a_{2n+1}$ și că $a_1 = a_{2n+1}$. Arătați că $a_1a_2 - a_2a_3 + a_3a_4 - a_4a_5 + \dots - a_{2n}a_{2n+1} = 0$.

* * *