Problema 1. Fie M şi N mijloacele laturilor $[BC]$, respectiv $[CD]$, ale paralelogramului $ABCD$, $\{P\} = AM \cap BN$ şi $\{Q\} = AN \cap DM$. Demonstraţi că segmentele $[PQ]$ şi $[BD]$ sunt paralele şi aflaţi raportul dintre lungimile lor.

* * *

Problema 2. Determinaţi numerele reale $x_1, x_2, \ldots, x_{2016}$ care verifică simultan relaţiile

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_{2016} \geq 2016.$$

şi

$$x_1^3 + x_2^3 + \ldots + x_{2016}^3 \geq x_1^4 + x_2^4 + \ldots + x_{2016}^4.$$

* * *

Problema 3. Pe latura $[BC]$ a triunghiului echilateral ABC se consideră punctele D şi E astfel încât $BD = 3\,\text{cm}$, $CE = 5\,\text{cm}$ şi $D \in (BE)$. Ştiind că $m(\angle DAE) = 30^\circ$, aflaţi lungimea segmentului $[DE]$.

* * *

Problema 4. Pătratele unitate ale unei table 2016×2016 se colorează cu roşu sau albastru astfel încât să fie îndeplinite următoarele două condiţii:
1. orice pătrat unitate roşu care nu este situat pe marginea tablei are exact 5 vecini albaştri între cele 8 pătrate unitate cu care se învecinează (cu care are măcar un punct comun);
2. orice pătrat unitate albastru care nu este situat pe marginea tablei are exact 4 vecini roşii între cele 8 pătrate unitate cu care se învecinează.
Câte dintre pătratele unitate ale tablei sunt roşii?

Olimpiadă Cuba, 2012