Problema 1. Fie un triunghi ABC, M un punct în interiorul său şi A', B', C' proiecţiile lui M pe dreptele BC, CA, respectiv AB. Arătaţi că dacă

$$\frac{MA'}{BC} = \frac{MB'}{CA} = \frac{MC'}{AB},$$

atunci triunghiul $A'B'C'$ şi triunghiul format de medianele[1] lui ABC sunt asemenea.

* * *

Problema 2. Demonstraţi că pentru orice număr prim impar p, există un unic număr natural nenul n astfel încât numărul $n(n+p)$ să fie pătrat perfect.

Greg Oman, Ohio State University

Problema 3. Pe o tablă sunt scrise, în ordine crescătoare, numerele naturale de la 1 la 100. Doi copii, Alina şi Bogdan, joacă următorul joc: pe rând, începând cu Alina, ei completează cele 99 de spaţii dintre oricare două numere consecutive cu semnele ,,+" sau ,,$\cdot$". Dacă la sfârşitul completării rezultatul obţinut este număr impar, câştigă Alina, în caz contrar câştigă Bogdan. Care din cei doi copii are strategie câştigătoare şi cum trebuie să joace el pentru a câştiga?

* * *

Problema 4. Determinaţi toate tripletele de numere naturale nenule (x, y, z) care satisfac egalitatea

$$x \cdot y! + 2y \cdot x! = z!.$$

Olimpiadă Estonia, 2012

[1] Se ştie că dacă m_a, m_b, m_c sunt lungimile medianelor unui triunghi, atunci există un triunghi ale cărui laturi au lungimile m_a, m_b, m_c.