

**Problema 1.** Se știe că modificând o singură cifră din scrierea zecimală a numărului  $2^{42643801}$  se obține un număr prim  $p$ .

- Care este ultima cifră a lui  $p$ ?
- Arătați că 42643801 este număr prim.

*Dorel Miheț (Concursul interjudețean „Traian Lalescu”, Arad, 2013)*

**Problema 2.** Demonstrați că orice număr întreg poate fi scris sub forma

$$x^2 + y^2 - z^2,$$

cu  $x, y, z \in \mathbb{N}^*$ .

*Concursul KöMaL, problema B. 4840.*

**Problema 3.** O încuietoare, dotată cu trei butoane, se deschide dacă cele trei butoane sunt apășate într-o anumită ordine. Care este numărul minim de apășări de buton pe care trebuie să le facem pentru a fi siguri că am deschis încuietoarea?

(Eventualele apășări anterioare de buton, precedente celor trei apășări care au dus la deschiderea încuietorii, nu au efect asupra mecanismului acesteia.)

De exemplu, dacă încuietoarea ar fi avut numai două butoane, din trei apășări (primul buton, al doilea buton, primul buton) am fi fost siguri că am deschis încuietoarea, indiferent dacă ordinea de apășare a butoanelor care a deschis-o a fost „primul buton, al doilea buton” sau „al doilea buton, primul buton”.

*Concursul Arany Dániel, Ungaria, 2011*

**Problema 4.** Fie  $AH_1$ ,  $BH_2$  și  $CH_3$  înălțimile triunghiului  $ABC$ . Punctul  $M$  este mijlocul lui  $[H_2H_3]$ . Dreapta  $AM$  intersectează  $H_1H_2$  în punctul  $K$ . Demonstrați că punctul  $K$  se află pe linia mijlocie a triunghiului  $ABC$  paralelă cu  $AC$ .

*A. Rudenko, D. Khilko, Olimpiada de geometrie „Sharygin”, Rusia, 2016*