

Problema 1. Determinați numerele reale a, b, c care satisfac simultan relațiile:

$$a + b + ab = 8, \quad b + c + bc = 15, \quad c + a + ca = 24.$$

* * *

Problema 2. Pe laturile AB și AC ale unui triunghi ABC se construiesc, în exteriorul triunghiului, pătratele $ABDE$ și respectiv $ACFG$. Demonstrați că ariile triunghiurilor ABC și AEG sunt egale.

* * *

Problema 3. Colorăm fiecare număr natural nenul cu una din culorile roșu sau albastru. Se știe că oricare două numere de culori diferite au suma un număr albastru, iar produsul un număr roșu. Ce culoare are produsul a două numere roșii? Dar suma a două numere roșii?

* * *

Problema 4. Fie $k \geq 1$ un număr întreg. Un operator de telefonie mobilă îi propune fiecărui client să aleagă k numere cu care comunicarea este gratuită (dacă o persoană A alege numărul lui B, atunci apelurile lui A către B și cele ale lui B către A sunt gratuite.) Considerăm un grup de n persoane.

- Dacă $n \geq 2k + 2$, demonstrați că există două persoane care nu pot comunica gratuit.
- Dacă $n = 2k + 1$, demonstrați că cele n persoane pot alege numerele gratuite astfel încât să vorbească gratuit între ele.

test prin corespondență, Franța, 2014