

Problema 1. Determinați numărul natural nenul n pentru care

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + \dots + n(n+1)(n+2)(n+3) = 2015(n+1)(n+2)(n+3)(n+4).$$

Paloma Dinculescu

Problema 2. Determinați numerele naturale nenule x, y, z care verifică relația $xy + yz + zx - xyz = 3$.

* * *

Problema 3. Punctul L de pe latura (BC) a unui triunghi ABC are proprietatea că $AL = 2CM$, unde M este mijlocul laturii (AB) . Știind că măsura unghiului $\angle ALC$ este de 45° , demonstrați că dreptele AL și CM sunt perpendiculare.

Turneul Orașelor, 2014

Problema 4. Un număr natural n se numește *fidel* dacă există numerele naturale $a < b < c$ astfel încât $a \mid b$, $b \mid c$ și $a + b + c = n$.

a) Demonstrați că există un număr finit de numere naturale care nu sunt fidele.

b) Aflați suma tuturor numerelor naturale care nu sunt fidele.

Olimpiadă India, 2011