Problema 1. Câte dintre numerele de 2016 cifre au suma cifrelor pară?

* * *

Problema 2. Dacă M este mijlocul laturii (BC) a triunghiului ABC, P este proiecţia lui B pe mediatoarea segmentului $[AC]$, iar $\{Q\} = PM \cap AB$, demonstraţi că triunghiul QPB este isoscel.

Arseniy Akopyan, Concursul Sharygin, 2012

Problema 3. Arătaţi că

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{2}{1\cdot 3\cdot 5}+\frac{3}{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}+\ldots+\frac{n}{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot\ldots\cdot(2n+1)}<\frac{1}{2},$$

pentru orice număr natural nenul n.

Olimpiadă Polonia

Problema 4. Numerele $1, 2, \ldots, 2016$ sunt scrise pe tablă, într-o anumită ordine, fiecare din ele exact o dată. Între oricare două numere vecine pe tablă se scrie modulul diferenţei dintre cele două numere, pe tablă fiind scrise astfel 2015 numere noi. Se şterg de pe tablă cele 2016 numere iniţiale, după care procesul se reia pentru cele 2015 numere rămase pe tablă: se scriu modulele diferenţelor de câte două numere vecine, după care cele 2015 numere scrise pe tablă la etapa anterioară se şterg. Procesul se repetă până când, la sfârşit, pe tablă rămâne un singur număr. Care este cea mai mare valoare posibilă pe care o poate avea numărul rămas pe tablă?

* * *