

BARAJE JBMO FRANȚA 2016
Al patrulea baraj pentru JBMO, Paris, 11 mai 2016

1. Pe un rând sunt scrise 23 de numere naturale nenule. Demonstrați că adăugând judicios paranteze, semne $+$ și semne \times se poate obține o expresie divizibilă cu 2000.

2. Fie a, b, c numere reale pozitive astfel încât $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Demonstrați că

$$\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \geq 3.$$

3. Există numere naturale nenule a și b și numere prime p astfel încât $a^3 - b^3 = 4p^2$?

4. Fie ABC un triunghi ascuțitunghic și H ortocentrul său. Fie G punctul pentru care $ABGH$ este un paralelogram. Fie I acel punct al dreptei GH pentru care AC trece prin mijlocul lui $[HI]$. Presupunem că dreapta AC taie cercul circumscris lui GCI în C și J . Demonstrați că $IJ = AH$.

Timp de lucru: 4 ore