Problema săptămânii 50
Demonstraţi că orice număr nedivizibil cu 10 are un multiplu palindrom (în baza 10).
(Un număr se numeşte palindrom dacă el se citeşte de la dreapta la stânga la fel ca de la stânga la dreapta. De exemplu, numerele 1560651, 7 şi 2002 sunt palindromuri.)

Revista KöMaL, problema **B. 4434.** (martie 2012)

Problem of the week no. 50
Prove that every natural number not divisible by 10 can be multiplied by an appropriate natural number, such that the product is a palindromic number in decimal notation.
(A palindromic number is a number that reads the same backward as forward; for example, 1560651, 7 and 2002 are palindromic numbers.)

KöMaL, problem **B. 4434.** (march 2012)

A solution in English can be found here.

Soluţie: Fie $n = a^k \cdot p$ unde $a \in \{1, 2, 5\}$, $(p, 10) = 1$ şi r răsturnatul lui n.
Fie $x = r\underbrace{000\ldots0}_{k \text{ cifre}}n$ şi m numărul cifrelor sale. Considerăm numerele $n_j = \underbrace{xxx\ldots x}_{j \text{ cifre}}$.
(n_j are $m \cdot j$ cifre.) Toate aceste numere sunt palindromice şi divizibile cu a^k. Printre numerele n_j, $j \geq 1$, vom găsi două, n_j, n_i cu $j > i$, care dau acelaşi rest la împărţirea cu p. Atunci $n_j - n_i = \underbrace{xxx\ldots x}_{j-i \text{ cifre}} \cdot 10^{im}$ este divizibil cu p, deci n_{j-i} este multiplu de p, aşadar şi de n.

Remarcă: Evident, condiţia ca n să nu fie divizibil cu 10 este necesară. Orice multiplu al unui număr divizibil cu 10 are ultima cifră 0, deci nu este palindrom.