

Problema săptămânii 40.

Un dreptunghi $m \times n$ este împărțit în pătrate unitate. Spunem că două pătrate unitate sunt vecine dacă ele au o latură comună. Pătratele unitate se completează, pe rând, astfel: mai întâi se alege un pătrat unitate și se completează cu 0. În continuare, se alege câte un pătrat necompletat și se completează cu numărul pătratelor vecine cu el care sunt deja completate. Această completare continuă până ce toate pătratele unitate ale dreptunghiului au fost completate. Arătați că suma numerelor din cele mn pătrate unitate este aceeași, indiferent de ordinea în care s-a făcut completarea acestora.

Problem of the week no. 40

An $m \times n$ rectangle is divided into unit squares. We say that two unit squares are neighboring squares if they share a common side. The unit squares are labeled, successively, as follows: initially, one chooses a unit square and labels it with 0. Afterwards, one chooses a unit square that has not been labeled yet, and labels it with the number of its already labeled neighboring squares. This process continues until all the unit squares of the rectangle have been labeled. Prove that the total sum of the labels is always the same, regardless on the order in which the squares have been labeled.