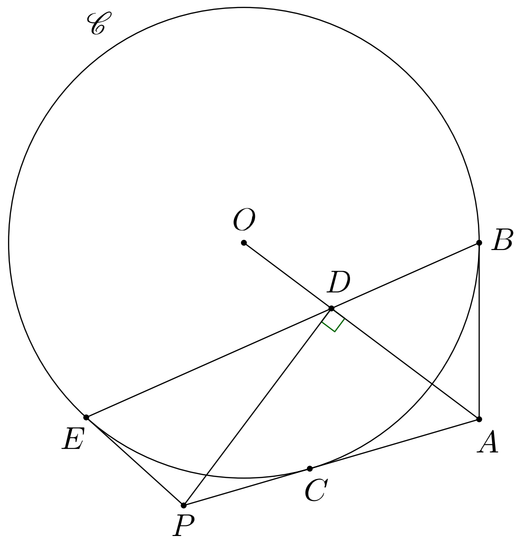
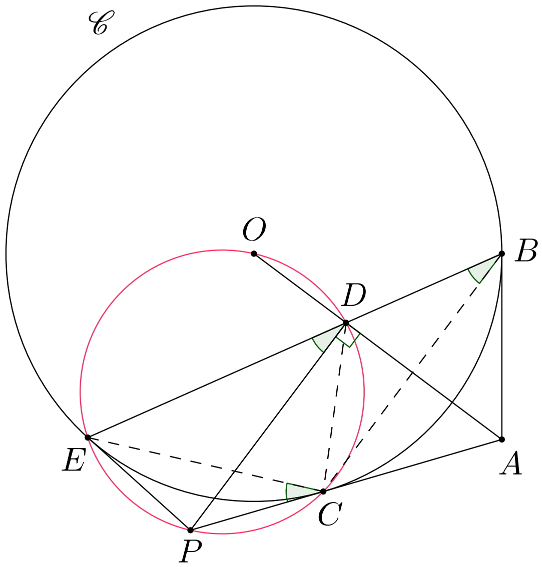
Problema săptămânii 35.

Fie $\mathscr{C}$ un cerc cu centrul în O şi A un punct exterior acestuia. Tangentele din A la cerc intersectează cercul în punctele B şi C. Fie P un punct pe semidreapta opusă lui $(CA$ şi D proiecţia lui P pe AO. Dacă BD intersectează a doua oară cercul în punctul E, arătaţi că dreapta PE este tangentă cercului $\mathscr{C}$.



Remarcă: Afirmaţia rămâne adevărată pentru orice punct P al dreptei AC.

Soluţie:
Vom trata numai cazul $D \in (OA)$, cazul $O \in (DA)$ fiind analog, iar cazul $O = D$ imediat.
În triunghiul isoscel ABC, $(AO$ este bisectoare, deci $AO \perp BC$. Cum şi $PD \perp AO$, deducem că $PD \parallel BC$, deci avem $\sphericalangle EDP \equiv \sphericalangle EBC \equiv \sphericalangle ECP$ (ultimele două unghiuri subîntind acelaşi arc, $\widehat{EC}$, al cercului $\mathscr{C}$.
Rezultă că C, D, E, P sunt conciclice. Dar şi punctele O, D, C, P sunt conciclice (se află pe cercul de diametru $[OP]$), ceea ce arată că C, D, E, O, P sunt conciclice, deci $OE \perp EP$, adică EP este tangentă la cerc.



Remarcă: (*Vlad Vergelea, Nicolcea Horia*)
Dacă $\{H\} = OC \cap DP$, atunci H este ortocentrul triunghiului AOP. Notând $\{F\} = AH \cap OP$, avem, evident, că $AF \perp OP$ şi, mai puţin evident, că $F \in BE$.