Olimpiada Balcanică de Matematică pentru Juniori, ediţia a patra, Ohrid (f.r.i. Macedonia) 2000

Problema 1. Fie x, y numere reale pozitive astfel încât

$$x^3 + y^3 + (x + y)^3 + 30xy = 2000.$$

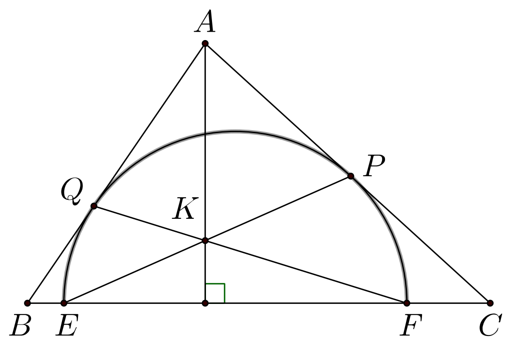
Demonstraţi că $x + y = 10$.

România

Problema 2. Găsiţi toate numerele naturale nenule n astfel încât $n^2 + 3^n$ să fie pătratul unui număr întreg.

Bulgaria

Problema 3. Un semicerc de diametru $[EF]$ aşezat pe latura $[BC]$ a triunghiului ABC este tangent laturilor AB şi AC în punctele Q, respectiv P, aşa cum se arată în figură.



Demonstraţi că punctul K, comun lui EP şi FQ, aparţine înălţimii din A a triunghiului ABC.

Albania

Problema 4. La un turneu de tenis au participat de două ori mai mulţi băieţi decât fete. Fiecare pereche de participanţi a jucat exact o dată (şi nu au fost rezultate de egalitate). Raportul dintre numărul victoriilor obţinute de fete faţă de cele obţinute de băieţi a fost $\frac{7}{5}$. Câţi participanţi au fost la acest turneu?

Serbia