

CONCURSUL GAZETA MATEMATICĂ ȘI VIITORIOOLIMPICI.RO  
ETAPA FINALĂ  
CÂMPULUNG MUSCEL, 15-20 AUGUST 2016

Clasa a VIII-a

**Problema 1.** O prismă se numește *binară* dacă i se pot eticheta vârfurile cu câte un număr din mulțimea  $\{-1, 1\}$  astfel încât produsul etichetelor vârfurilor de pe fiecare față să fie  $-1$ .

Demonstrați că o prismă este binară dacă și numai dacă numărul de vârfuri ale prisme este divizibil cu 8.

VIITORIOOLIMPICI.RO

**Problema 2.** Fie  $n \geq 2$  un număr natural și  $n$  numere întregi,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  cu proprietatea că  $|a_i - a_{i-1}| = 1, \forall i = \overline{2, n}$ . Ce valori poate lua suma celor  $n$  numere?

**Problema 3.** Pe laturile  $(BC)$  și  $(DA)$  ale pătratului  $ABCD$  se consideră punctele  $E$ , respectiv  $F$ , astfel încât  $BE = DF$ .

a) Arătați că cercurile circumscrise ale triunghiurilor  $BDE$  și  $ACF$  se intersectează în două puncte, unul situat pe  $(CD)$ , celălalt pe cercul de diametru  $[AB]$ .

Se notează cele două puncte cu  $M$ , respectiv  $N$ .

b) Demonstrați că centrul pătratului se află pe dreapta  $MN$ .

c) Arătați că simetricul lui  $N$  față de  $AB$  se află pe segmentul  $(EF)$ .