

CONCURSUL GAZETA MATEMATICĂ ȘI VIITORIOOLIMPICI.RO
ETAPA FINALĂ
CÂMPULUNG MUSCEL, 15 AUGUST 2017

Clasa a VII-a

Problema 1. Pe o tablă sunt scrise, în ordine crescătoare, numerele naturale de la 1 la 100. Doi copii, Alina și Bogdan, joacă următorul joc: pe rând, începând cu Alina, ei aleg unul din cele 99 de spații goale aflate între două numere consecutive și îl completează cu unul dintre semnele „+” sau „·”. Dacă la sfârșitul completării rezultatul obținut este număr impar, câștigă Alina, în caz contrar câștigă Bogdan. Care din cei doi copii are strategie câștigătoare și cum trebuie să joace el pentru a câștiga?

VIITORIOOLIMPICI.RO

Problema 2. Într-un triunghi ascuțitunghic ABC , CF este înălțime ($F \in [AB]$) și BM este mediană ($M \in [AC]$). Știind că $BM = CF$ și $\angle MBC \equiv \angle FCA$, demonstrați că $\triangle ABC$ este echilateral.
Mai rămâne valabilă concluzia dacă nu se mai dă că triunghiul este ascuțitunghic?

Problema 3. Determinați numerele naturale nenule $a_1, a_2, \dots, a_{2016}$, mai mici decât 2017, care satisfac condiția $i + j \mid ia_i + ja_j$ pentru orice $i, j \in \{1, 2, \dots, 2016\}$.