Concursul Gazeta Matematică şi ViitoriOlimpici.ro
Etapa finală
Câmpulung Muscel, 15-20 august 2016

Clasa a VII-a

Problema 1. Pătrăţelele unitate ale unei table 7×7 se completează cu numerele $1, 2, \ldots, 49$ astfel încât numere consecutive sunt scrise în pătrăţele care au o latură comună. Care este numărul maxim de numere prime pe care le poate conţine un rând al tablei?

ViitoriOlimpici.ro

Problema 2. a) Arătaţi că există o infinitate de triplete formate din numere întregi distincte, (a, b, c), care verifică ecuaţia $a^2 + b^2 + c^2 = a^3 + b^3 + c^3$.
b) Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care există numerele întregi distincte $a_1, a_2, \ldots, a_n$ astfel încât $a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2 = a_1^3 + a_2^3 + \ldots + a_n^3$.

Problema 3. Fie $ABCD$ un pătrat şi punctele $E \in (BC)$, $F \in (CD)$ şi $G \in (AD)$ astfel încât $BE = CF = DG$. Dacă $AF \cap BG = \{X\}$, $AE \cap BF = \{Y\}$ şi $DX \cap CY = \{Z\}$, arătaţi că:
a) punctele X, Y şi Z sunt situate pe cercul de diametru $[AB]$;
b) $m(\sphericalangle CZG) = 45°$;
c) simetricul lui Z faţă de AB se află pe EG.