

A 60-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 27 martie 2016

A doua probă de evaluare pentru OBMJ 2016

BJ5. Numerele reale a și b satisfac sistemul de ecuații

$$\begin{cases} a^3 - a^2 + a - 5 = 0, \\ b^3 - 2b^2 + 2b + 4 = 0. \end{cases}$$

Aflați valoarea numerică a sumei $a + b$.

BJ6. Determinați toate perechile (x, y) de numere naturale care satisfac ecuația

$$5^x = y^4 + 4y + 1.$$

BJ7. În pătratul $ABCD$ punctul E este mijlocul laturii AD . Punctele G și F sunt situate pe segmentul (BE) astfel încât dreptele AG și CF sunt perpendiculare pe dreapta BE . Demonstrați că $DF = CG$.

BJ8. Nicu joacă la calculator următorul joc. Inițial numărul S din calculator are valoarea $S = 0$. La fiecare pas Nicu alege un număr oarecare a ($0 < a < 1$) și îl introduce în calculator. Calculatorul, în mod arbitrar, sau adună acest număr a la numărul S sau îl scade din S și afișează pe ecran rezultatul nou pentru S . După aceasta Nicu face următorul pas. Se știe că printre oricare 100 de operații consecutive calculatorul cel puțin o dată aplică adunarea. Fie dat un număr arbitrar $M > 0$. Să se arate că există o strategie pentru Nicu care oricând îi va permite lui după un număr finit de pași să obțină un rezultat $S > M$.

Timp alocat - 4,5 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

60-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинев, 27 марта 2016 года

Второй отборочный тур для ЮБМО 2016

ВJ5. Действительные числа a и b удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} a^3 - a^2 + a - 5 = 0, \\ b^3 - 2b^2 + 2b + 4 = 0. \end{cases}$$

Найдите числовое значение суммы $a + b$.

ВJ6. Найдите все пары (x, y) натуральных чисел, удовлетворяющие уравнению

$$5^x = y^4 + 4y + 1.$$

ВJ7. В квадрате $ABCD$ точка E - середина стороны AD . Точки G и F расположены на отрезке (BE) так, что прямые AG и CF перпендикулярны прямой BE . Докажите, что $DF = CG$.

ВJ8. Ваня играет на компьютере в следующую игру. Первоначально число S в компьютере имеет значение $S = 0$. На каждом шаге Ваня выбирает некоторое число a ($0 < a < 1$) и вводит его в компьютер. Компьютер, случайным образом, либо складывает это число a к числу S , либо вычитывает его из S и выводит на экран новый результат для S . После этого Ваня делает следующий ход. Известно, что среди любых 100 последовательных операций компьютер хотя бы один раз применяет сложение. Пусть задано некоторое число $M > 0$. Показать, что для Вани существует стратегия, позволяющая ему всегда за конечное число шагов получить результат $S > M$.

Время выполнения – 4,5 астрономических часа

Каждая правильно решенная задача оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!