A 59 – a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chişinău, 28 martie 2015

A doua probă de evaluare pentru Olimpiada Balcanică
de Matematică pentru Juniori 2015

BJ5. Mulţimea A conţine exact 21 de numere întregi. Suma oricăror 11 numere din A este mai mare decât suma celorlalte numere rămase. Se ştie că mulţimea A conţine numărul 101, iar cel mai mare număr din A este 2014. Aflaţi celelalte 19 numere din A.

BJ6. Numerele reale a, b şi c satisfac egalităţile

$$2015\cdot(a+b+c)=1 \qquad \text{şi} \qquad a\cdot b+b\cdot c+c\cdot a=2015\cdot a\cdot b\cdot c.$$

Determinaţi valoarea numerică a expresiei $E=a^{2015}+b^{2015}+c^{2015}$.

BJ7. În triunghiul dreptunghic ABC cu $m(\angle BAC)=90^0$ şi $m(\angle ABC)=54^0$ punctul M este mijlocul ipotenuzei $[BC]$, punctul D este piciorul bisectoarei duse din vârful C, iar $AM\cap CD=\{E\}$. Demonstraţi că $AB=CE$.

BJ8. Determinaţi numărul tuturor tripletelor ordonate de numere întregi pozitive (a, b, c), care satisfac egalităţile:

$$[a, b]=1000, \qquad [b, c]=2000, \qquad [c, a]=2000.$$

($[x, y]$ reprezintă cel mai mic multiplu comun al numerelor întregi pozitive x ;i y)

Timp de lucru: 4 ore 30 minute.
Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

59 – ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 28 марта 2015 года

Второй отборочный тур для Юниорской Балканской Математической Олимпиады 2015 года

BJ5. Множество A содержит ровно 21 целых чисел. Сумма любых 11 чисел из A больше чем сумма остальных чисел. Известно, что множество A содержит число 101, а наибольшее число из A равно 2014. Найдите остальные 19 чисел из A.

BJ6. Действительные числа $a,\ b$ и c удовлетворяют равенствам

$$2015\cdot(a+b+c)=1 \qquad \text{и} \qquad a\cdot b+b\cdot c+c\cdot a=2015\cdot a\cdot b\cdot c.$$

Найдите числовое значение выражения $E=a^{2015}+b^{2015}+c^{2015}$.

BJ7. В прямоугольном треугольнике ABC с $m\ (\angle BAC)=90^0$ и $m\ (\angle ABC)=54^0$ точка M является серединой гипотенузы $[BC]$, точка D - основание биссектрисы, проведенной из вершины C, а $AM\cap CD=\{E\}$. Докажите, что $AB=CE$.

BJ8. Найдите число всех упорядоченных троек целых положительных чисел $(a,\ b,\ c)$, удовлетворяющие равенствам:

$$[a,\ b]=1000, \qquad [b,\ c]=2000, \qquad [c,\ a]=2000.$$

($[x,\ y]$ обозначает наименьшее общее кратное целых положительных чисел x и y)

Время работы: 4 часа 30 минут.
Каждая правильно решенная задача оценивается 7 очками.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!