A 60-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chişinău, 29 februarie 2016

Prima probă de evaluare pentru OBMJ 2016

BJ1. Pe tablă sunt scrise numerele

$$\frac{a^3}{b^3},\ \frac{a^3+1}{b^3+1},\ \frac{a^3+2}{b^3+2},\ \ldots,\ \frac{a^3+2014}{b^3+2014},\ \frac{a^3+2015}{b^3+2015},$$

unde b este număr natural nenul, iar a - număr real. Aflaţi produsul numerelor, scrise pe tablă, dacă suma lor este egală cu 2016.

BJ2. Numerele reale pozitive a, b, c satisfac egalitatea

$$a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca=6.$$

Aflaţi cea mai mare valoare numerică posibilă a sumei $a+b+c$.

BJ3. Fie triunghiul isoscel ABC cu $m(\angle B)=m(\angle C)=36^o$. Punctul M este situat în interiorul triunghiului ABC astfel, încât $m(\angle MBC)=24^o$, $m(\angle MCB)=30^o$, iar dreptele AM şi BC se intersectează în punctul N. Aflaţi măsura unghiului ANC.

BJ4. Găsiţi toate perechile (x, y) de numere întregi care satisfac ecuaţia

$$x\cdot y=3\cdot\left(\sqrt{x^2+y^2}-1\right).$$

Timp alocat - 4,5 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

60-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинев, 29 февраля 2016 года

Первый отборочный тур для ЮБМО 2016

BJ1. На доске написаны числа

$$\frac{a^3}{b^3},\ \frac{a^3+1}{b^3+1},\ \frac{a^3+2}{b^3+2},\ \ldots,\ \frac{a^3+2014}{b^3+2014},\ \frac{a^3+2015}{b^3+2015},$$

где b - натуральное ненулевое число, а a - действительное число. Найдите произведение чисел, написанных на доске, если их сумма равна 2016.

BJ2. Действительные положительные числа $a,\ b,\ c$ удовлетворяют равенству

$$a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca=6.$$

Найдите наибольшее возможное числовое значение суммы $a+b+c$.

BJ3. В равнобедренном треугольнике ABC $m(\angle B)=m(\angle C)=36^o$, точка M расположена внутри треугольника ABC так, что $m(\angle MBC)=24^o$, $m(\angle MCB)=30^o$, а прямые AM и BC пересекаются в точке N. Найдите величину угла ANC.

BJ4. Найдите все пары $(x,\ y)$ целых чисел, удовлетворяющие уравнению

$$x\cdot y=3\cdot\left(\sqrt{x^2+y^2}-1\right).$$

Время выполнения – 4,5 астрономических часа

Каждая правильно решенная задача оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!