1. Fie $x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}$ numere reale pozitive. Arătaţi că

$$\frac{1}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_1 x_2}{x_3} + \frac{x_1 x_2 x_3}{x_4} + \cdots + \frac{x_1 x_2 \ldots x_n}{x_{n+1}} \geq 4(1 - x_1 x_2 \ldots x_{n+1}).$$

2. Se consideră un triunghi ABC şi punctele $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CA)$. Demonstraţi că mediana din A a triunghiului AMP, mediana din B a triunghiului BNM şi mediana din C a triunghiului CPN sunt concurente dacă şi numai dacă dreptele AN, BP şi CM sunt concurente.

3. Avem două cutii cu pietricele. Una conţine p pietricele, cealaltă q pietricele. Avem voie să facem următoarele două feluri de mutări: putem fie să scoatem câte o pietricică din fiecare cutie, fie să triplăm numărul de pietricele dintr-una din cutii.
a) Putem goli ambele cutii după o succesiune de mutări din cele două feluri dacă $p = 100$, $q = 200$? Dar dacă $p = 101$, $q = 200$?
b) Determinaţi perechile (p, q) de numere naturale nenule pentru care cele două cutii pot fi golite printr-o succesiune de mutări.

4. Fie E şi respectiv F mijloacele laturilor $[BC]$ şi $[CD]$ ale unui patrulater convex $ABCD$. Segmentele $[AE]$, $[AF]$ şi $[EF]$ împart $ABCD$ în patru triunghiuri ale căror arii sunt patru numere naturale consecutive.
Aflaţi aria maximă a triunghiului BAD.

5. Numerele $1, 2, 3, \ldots, 100$ de pe axa numerelor sunt capetele a 50 de segmente, fiecare din numerele $1, 2, 3, \ldots, 100$ fiind capăt pentru unul din segmente.
Demonstraţi că printre cele 50 de segmente există fie două de lungimi egale, fie două care au suma lungimilor egală cu 100.