Problema 1

Determinaţi cea mai mică sumă a cifrelor numărului $3n^2+n+1$, unde $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.

Problema 2

Fie n un număr natural, $n\geq 3$. În fiecare pătrăţel unitate al unei table $n\times n$ se scrie câte un număr din mulţimea $M=\{1,2,...,2n-1\}$. O completare a pătratului se numeşte ,*bună* dacă, pentru fiecare număr natural i, $1\leq i\leq n$, linia i şi coloana i conţin, împreună, toate numerele din M.

a) Arătaţi că există un număr natural $n, n\geq 3$, astfel încât să avem o completare *bună* a tablei.

b) Demonstraţi că, pentru $n=2017$, nu există o completare *bună* a tablei.

Problema 3

Se consideră un triunghi ascuţitunghic ABC în care A_1,B_1,C_1 sunt picioarele înălţimilor duse din A, B, respectiv C, iar H este ortocentrul. Perpendicularele din H pe dreptele A_1C_1 şi A_1B_1 intersectează dreptele AB, respectiv AC în punctele P şi Q.

Demonstraţi că perpendiculara din A pe dreapta B_1C_1 conţine mijlocul segmentului $[PQ]$.

Problema 4

Determinaţi tripletele de numere naturale nenule (x,y,z) care verifică egalitatea $x^4+y^4=2z^2$, iar numerele x şi y sunt prime între ele.