BUCURIA SIMEDIANEI[1]

Problema 1. Punctele C, M, D şi A sunt situate pe dreapta l, în această ordine, cu $CM = MD$. Cercul ω este tangent la dreapta d în punctul A. Fie punctul B, pe cercul ω, diametral opus faţă de punctul A. Dacă dreptele BC şi BD intersectează, a doua oară, cercul ω în punctele P, respectiv Q, arătaţi că dreptele tangente la cercul ω în punctele P şi Q, şi dreapta BM sunt concurente.

Problema 2. Tangentele în vârfurile B şi C, ale triunghiului ABC, la cercul său circumscris se intersectează în punctul P. Dreptele AP şi BC se intersectează în punctul D. Punctele E şi F aparţin laturilor (AC), respectiv (AB), astfel încât $DE \parallel AB$ şi $DF \parallel AC$. Arătaţi că punctele B, F, E şi C sunt conciclice.

Problema 3. În plan, două cercuri se intersectează în punctele A şi B, iar o tangentă comună a celor două cercuri le intersectează pe acestea în punctele P şi Q. Dacă tangentele în punctele P şi Q la cercul circumscris triunghiului APQ se intersectează în punctul S, iar punctul H este simetricul punctului B faţă de dreapta PQ, arătaţi că punctele A, S şi H sunt coliniare.

Test de selecţie, Vietnam, 2001

Problema 4. Din punctul K, exterior cercului $\mathscr{C}$, construim tangentele la acesta, KL şi KN. Fie M un punct oarecare pe semidreapta $(KN$, astfel încât punctele M şi K sunt situate de o parte şi de alta a punctului N. Dacă cercul circumscris triunghiului KLM intersectează a doua oară cercul $\mathscr{C}$ în punctul P şi punctul Q este proiecţia punctului N pe dreapta ML, arătaţi că $m(\sphericalangle MPQ) = 2m(\sphericalangle KML)$.

Olimpiadă Iran, 1997

Problema 5. Fie triunghiul isoscel ABC, cu $CA = CB$. Punctul P este interior triunghiului ABC şi are proprietatea că $\sphericalangle PAB \equiv \sphericalangle PBC$. Arătaţi că $m(\sphericalangle APM) + m(\sphericalangle BPC) = 180^o$.

Olimpiadă Polonia, 2000

Problema 6. Fie triunghiul ABC şi punctul I, centrul cercului său înscris. Dacă punctul U este mijlocul arcului BAC al cercului circumscris triunghiului ABC, arătaţi că IU este simediană a triunghiului IBC.

Problema 7. Fie $ABCD$ un patrulater convex, astfel încât $BC = CD$ şi $2 \cdot m(\sphericalangle A) + m(\sphericalangle C) = 180^o$. Dacă punctul M este mijlocul segmentului (BD), arătaţi că $\sphericalangle MAD \equiv BAC$.

Dinu Şerbănescu, Mathematical Reflections, 1/2006

[1]Prezentare de Alexandru Negrescu

Problema 8. Fie ABC un triunghi şi Γ cercul său înscris. A', B', C' sunt punctele de tangenţă ale cercului Γ cu dreptele BC, CA, respectiv AB. Dacă punctul T este intersecţia dreptelor BC şi $C'B'$ iar punctul Q este al doilea punct de intersecţie a dreptei AA' cu cercul Γ, arătaţi că dreapta TQ este tangentă la cercul Γ.

Problema 9. În triunghiul ABC, punctele M şi N sunt mijloacele laturilor (BC), respectiv (CA). Punctul P este interior triunghiului, astfel încât $\sphericalangle BAP \equiv \sphericalangle PCA \equiv \sphericalangle MAC$. Arătaţi că $\sphericalangle PNA \equiv \sphericalangle AMB$.

Olimpiadă Ucraina, 2000

Problema 10. Triunghiul ABC este încris în cercul ω. Tangentele în punctele B şi C la cercul ω se intersectează în punctul T. Punctul S aparţine dreptei BC, astfel încât $SA \perp AT$. Punctele B_1 şi C_1 sunt situate pe dreapta ST (C_1 între B_1 şi S), astfel încât $TB_1 = TC_1 = TB$. Arătaţi că triunghiurile ABC şi AC_1B_1 sunt asemenea.

Test de selecţie, USA, 2007