

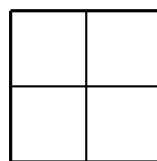
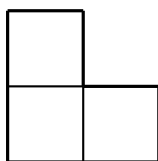
**OLIMPIADA BALCANICĂ DE MATEMATICĂ PENTRU JUNIORI  
2010 - ROMÂNIA**

1. Numerele reale  $a, b, c, d$  satisfac simultan egalitățile

$$abc - d = 1, \quad bcd - a = 2, \quad cda - b = 3, \quad dab - c = -6.$$

Arătați că  $a + b + c + d \neq 0$ .

2. Găsiți toate numerele întregi  $n, n \geq 1$ , astfel încât  $n \cdot 2^{n+1} + 1$  să fie un pătrat perfect.
3. Fie  $AL$  și  $BK$  bisectoarele unghiurilor triunghiului neisoscel  $ABC$  ( $L$  aparține laturii  $BC$ , iar  $K$  aparține laturii  $AC$ ). Mediatoarea segmentului  $BK$  intersectează dreapta  $AL$  în punctul  $M$ . Punctul  $N$  aparține dreptei  $BK$  astfel încât dreapta  $LN$  să fie paralelă cu dreapta  $MK$ . Demonstrați că  $LN = NA$ .
4. Un dreptunghi de tipul  $9 \times 7$  este acoperit cu două tipuri de piese ca cele de mai jos (piesele sunt compuse din trei, respectiv patru pătrate unitate, iar piesa în formă de  $L$  poate fi rotită în mod repetat cu câte  $90^\circ$ ).



Fie  $n \geq 0$  numărul de piese de tipul  $2 \times 2$  ce pot fi utilizate pentru o astfel de acoperire. Găsiți toate valorile pe care le poate avea  $n$ .